# *Nemzetközi Kenguru Matematikatábor*

*2011. augusztus 19-27., Werbellinsee, Németország*

## BESZÁMOLÓ

### Bevezető

Idén hetedik alkalommal került megrendezére a Nemzetközi Kenguru Matematikatábor (7. Internationale Känguru Mathecamp) a Berlintől északra lévő Werbellinsee partján található táborhelyen.

Ebben az évben 59 diák kapott meghívást, és 55 vett részt a tábor programjában. A magyarokon kívül németek, osztrákok, svájciak, hollandok, csehek, szlovákok és lengyelek képviseltették magukat. A meghívás az országos Kenguru-versenyek eredményei alapján történik, de a meghívási kritériumok jelentősen különböznek országonként.

A tábort a berlini Humboldt Universität munkatársai szervezték, a tábor vezetője Alexander Unger volt.

### Szakmai programok

Szombattól péntekig minden nap kedd kivételével két 90 perces program volt. A programok között voltak hosszabb sorozatok, illetve egy alkalomból álló, önálló programok.

A diákokat négy csoportba osztották, egy csoportban 13-an, a többiben 14-en vettek részt ugyanazokon a foglalkozásokon. Sajnos a csoportok beosztását a gyerekek maguk csinálják, csak nemzeti megkötés van, vagyis rögzítve van, hogy melyik csoportban hány diák lehet egy adott nemzetből. Ennek következtében a csoportok diákjai nagyon inhomogének matematikai tudásukat, tehetségüket illetően.

A programok többsége előadás, ahol a gyerekeknek nem, vagy csak nagyon kevésszer adódik lehetősége, hogy gondolkozzanak. Szerencsére volt olyanra is példa, amikor jutott idő gondolkodásra is, nem pusztán direkt közlésből állt a program.

A szakmai program az alábbiak szerint alakult a hét során:

<table>
<tr><th></th><th>1. csoport</th><th>2. csoport</th><th>3. csoport</th><th>4. csoport</th></tr>
<tr><td rowspan="2">Szo</td><td>Molnár-Sáska Gábor: Probability and elementary finance mathematics, part I</td><td rowspan="2">Ysette Weiss-Pydstrigach / Rainer Kaenders: How tall is the photographer? – introduction to perspective and projective geometry</td><td rowspan="2">Leon van den Broek / Stephan Berendonk: Waltzing wheels – inside the spirograph</td><td rowspan="2">Axel Schüler: Transformation geometry: constructions and proves.</td></tr>
<tr><td>Juhász Péter: Yet there is a method in it, part I</td></tr>
<tr><td rowspan="2">V</td><td>Molnár-Sáska Gábor: Probability and elementary finance mathematics, part II</td><td rowspan="2">Axel Schüler: Transformation geometry: constructions and proves.</td><td rowspan="2">Ysette Weiss-Pydstrigach / Rainer Kaenders: How tall is the photographer? – introduction to perspective and projective geometry</td><td rowspan="2">Leon van den Broek / Stephan Berendonk: Waltzing wheels – inside the spirograph</td></tr>
<tr><td>Juhász Péter: Yet there is a method in it, part II</td></tr>
<tr><td rowspan="2">H</td><td>Molnár-Sáska Gábor: Probability and elementary finance mathematics, part III</td><td>Andreas Steiger: Geometry and number theory</td><td>Juhász Péter: Yet there is a method in it, part I</td><td rowspan="2">Rainer Kaenders: How tall is the photographer? – introduction to perspective and projective geometry</td></tr>
<tr><td>Juhász Péter: Yet there is a method in it, part III</td><td>Molnár-Sáska Gábor: Probability and elementary finance mathematics, part I</td><td>Andreas Steiger: Geometry and number theory</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Sze</td><td rowspan="2">Leon van den Broek / Stephan Berendonk: Waltzing wheels – inside the spirograph</td><td>Andreas Steiger: Adventures of ant Alice, part I</td><td>Juhász Péter: Yet there is a method in it, part II</td><td rowspan="2">Anna von Pippich: Prime numbers and cryptography, part I</td></tr>
<tr><td>Molnár-Sáska Gábor: Probability and elementary finance mathematics, part II</td><td>Andreas Steiger: Adventures of ant Alice, part I</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Cs</td><td rowspan="2">Anna von Pippich: Prime numbers and cryptography, part I</td><td>Martin Altmann: Pick's theorem</td><td>Juhász Péter: Yet there is a method in it, part III</td><td>Andreas Steiger: Fractals, iterations, dimensions, part I</td></tr>
<tr><td>Molnár-Sáska Gábor: Probability and elementary finance mathematics, part III</td><td>Andreas Steiger: Fractals, iterations, dimensions, part I</td><td>Martin Altmann: Pick's theorem</td></tr>
<tr><td rowspan="2">P</td><td>Martin Altmann: Pick's theorem</td><td rowspan="2">Leon van den Broek / Stephan Berendonk: Waltzing wheels – inside the spirograph</td><td>Andreas Steiger: Fractals, iterations, dimensions, part II</td><td>Anna von Pippich: Prime numbers and cryptography, part II</td></tr>
<tr><td>Anna von Pippich: Prime numbers and cryptography, part II</td><td>Martin Altmann: Pick's theorem</td><td>Andreas Steiger: Fractals, iterations, dimensions, part II</td></tr>
</table>

A szakmai program részének tekinthető a Speed Cangaroo Competition és a Werbellinsee-Team-Competition. Az előbbi szombat este került megrendezésre, míg az utóbbi verseny feladatait szombat reggel kapták meg a csapatok és szerda este volt a beadási határidő. A dokumentum végén mindkét verseny feladatai megtalálhatók.

A magyar csapat a 3. feladat kivételével minden feladatra a maximális 10 pontot kapta, míg a 3. feladatra csak 1 pontot. A 41 pont azonban elég volt a verseny megnyeréséhez. A sorrend a következő volt:

1. Magyarország (41 pont)
2. Ausztria (36 pont)
3. Németország (28 pont)

A feladatok megoldásait ismertetni is kellett. A magyar csapatnak két feladat is jutott, mivel a második feladatot a magyar csapat oldotta meg a legrövidebben, az 5. feladatra pedig egy kifejezetten ötletes megoldást adtak be.

## Szabadidős programok

Augusztus 19-én, pénteken érkeztünk meg a táborba. Budapestről Berlinbe repülővel, onnan Eberswalde-be vonattal, legvégül pedig taxival utaztunk. Éppen megérkeztünk a késő esti megnyitó ünnepségre.

Délutánonként többnyire matematikától független szabadidős tevékenységek végzésére nyílt lehetőség.

**Szombat** délután nem volt szervezett program, így a magyar csapat egy sétát tett a Werbellinsee partján, illetve a táborhoz legközelebbi faluban, Altenhofban. Este került megrendezésre a Speed Kangaroo Competition. Ebben a versenyben véletlenszerűen sorsolják össze a csapatokat, minden csapat 4 főből áll, és egy nemzetből legfeljebb egy diák lehet a csapat tagja. A verseny során 30 kérdést kapnak a csapatok, de egyszerre mindig csak egyet látnak. Két kísérletük van a jó válasz megtalálására. Ha jól válaszolnak, vagy másodszor is rosszul tippelnek, akkor kapják a következő feladatot. (Egyszer tehát büntetlenül lehet tévedni.) A verseny 2,5$n$ perccel azután ér véget, amikor az első csapat mind a 30 kérdéssel végzett, és $n$ kérdésre adtak rossz választ. A magyarok jól szerepeltek a versenyen, a 14 csapatból a második és a harmadik helyezett csapatnak is volt magyar tagja. (A győztes csapat mind a 30 kérdést hibátlanul oldotta meg.)

**Vasárnap** délután a teljes tábor meglátogatta a Niederfinow-ban található „hajóliftet” (Schiffshebewerk), ami egy 36 méteres szintkülönbséget hidal át a hajók számára a Havelt és az Oderát összekötő csatornán, és egy építészeti kuriózum az 1930-as évek elejéről. Este a magyar csapat lejátszotta eső focimérkőzését, melyen 7-2-es győzelmet aratott a cseh csapat ellen.

**Hétfő** délután ismét a sportversenyek zajlottak. Röplabdában nem volt érdekelt a magyar társaság, viszont a páros ping-pong csoportküzdelmeiben két páros is részt vett. Mindkét páros megnyerte a saját csoportját.

**Kedden** egésznapos kirándulást tettünk Berlinben. Először a tábor összes lakója meglátogatta a Deutsches Technikmuseum Spectrum nevű részét, mely a Csodák Palotájához hasonló kiállítás. Nagyon sok fizikai jelenség szemléletes bemutatását kínálja az intézmény, és néhány matematikaiét is. Ezután szabad program következett. A magyarok közösen városnézésbe kezdtek, mely a komoly esőzés miatt nehézségekbe ütközött. Ennek ellenére sikerült több mindent is megnézni: láttuk az Alexanderplatz-ot, az Unter den Lindent, a Brandenburgi-kaput, az egykori Reichstag (ma Bundestag) épületét, az egykori Nyugat-Berlin központját, a Checkpoint Charlie-t, és a Holocaust emlékhelyet is.

**Szerda** délután ismét sportesemények uralták a szabadidőt. A labdarúgó torna mérkőzései egy kivételével lezajlottak. A magyar csapat a német és a holland csapatot is fölényesen legyőzte, így az első helyen végzett. A pingpong-versenyben állva maradt mindkét magyar páros, mivel könnyen nyerték a negyeddöntőben a meccseiket.

Szerda este volt a Werbellinsee-Team-Competition feladatainak leadási határideje. Ezt az 5 feladatot szombat reggel kapták meg a csapatok, attól kezdve gondolkodhattak rajtuk. A feladatok angol nyelven voltak kitűzve és a megoldásokat is angolul kellett beadni. A magyar csapat minden feladatra adott be megoldást, az eredményeket azonban csak pénteken tudtuk meg.

**Csütörtök** délután a kb. 40 km-re lévő Templin városába utaztunk. Először egy termálfürdőt látogattunk meg, majd pedig a középkori városközpontot, aminek fala épségben fennmaradt a 14. századból. Ezen az estén fejeződtek be a sakk- és a röplabdatorna küzdelmei.

**Pénteken** sűrű volt a program, hiszen ez volt az utolsó délután a táborban. Először a frizbi- és a labdarúgótorna zárult le. Ezt követően az asztaltenisz elődöntői és a bronzmeccs, illetve a döntő meccsei zajlottak. A magyar párosok az első és a harmadik helyen végeztek.

5 órától került sor a Team Competition feladatok megoldásainak ismertetésére, melyen mindenkinek kötelező volt a részvétel.

A vacsorát követően a záróünnepség következett. Ennek első részében minden nemzet egy zenés produkcióval szórakoztatta a többieket a szabadban. Ezután kiderült a Team Competiton végeredménye, illetve megkapták jól megérdemelt díjaikat a sport- és egyéb versenyek helyezettjei, illetve győztesei.

## Résztvevők

A magyar küldöttség 8 tagú volt végül, 6 diák és két kísérő képviselte az országot a táborban. A kísérő tanárok mindketten részt vettek a szakmai programban, 6-6 darab 90 perces órát tartottak a táborban a felfedeztető matematika-tanítás elveit szem előtt tartva.

### Diákok

Abonyi József, Fityeház (3. csoport)
Horváth Dániel, Mátramindszent (1. csoport)
Kiss Tibor, Békés (2. csoport)
Maga Balázs, Nyíregyháza (4. csoport)
Szabó Attila, Pécs (4. csoport)
Szilágyi Gergely, Püspökladány (2. csoport)

Sajnos Palkó András betegség miatt nem tudott részt venni a táborban.

### Kísérők

Molnár-Sáska Gábor, Budapest
Juhász Péter, Budapest

## Werbellinsee-Team-Competition 2011

1. Mrs. Smith, an important person, is picked up each day at the train station at exactly 5 o'clock. One day she arrived unannounced on the 4 o'clock train and began to walk home – the same way as every day by car. Eventually she met the chauffeur driving to the station to get her. The chauffeur drove her the rest of the way home, getting her there 20 minutes earlier than usual.

   On another day, Mrs. Smith arrived unexspectedly on the 4:30 train, and began walking home. Again she met the chauffeur and rode the rest of the way with him. How much ahead as usual were they this time?

   (*Assume constant speeds of walking and driving and that no time is lost in turning the car around and picking up Mrs. Smith.*)

2. Let $ABCD$ be a trapezium with $\overline{AC} = \overline{BC}$. Let $H$ be the midpoint of the base $AB$ and let $l$ be a line passing through $H$. Let $l$ meet $AD$ at $P$ and $BD$ at $Q$. Prove that the angles $ACP$ and $QCB$ are either equal or have a sum of $180°$.

3. Positive integers are written on the blackboard one after another. The next integer $a_{n+1}$ (to be written after $a_1, a_2, \ldots, a_n$) is an arbitrary integer not representable as a sum of several previous integers taken one or more times (i. e. $a_{n+1}$ is not of the form $k_1 \cdot a_1 + k_2 \cdot a_2 + \ldots + k_n \cdot a_n$ where $k_1, k_2, \ldots, k_n$ are non-negative integers). Prove that the process of writing cannot be infinite.

4. We have "bricks" made in the following way: we take a unit cube and glue to three of its faces which have a common vertex three more cubes in such a way that the faces glued together coincide. Is it possible to build from these bricks an $11 \times 12 \times 13$ box, and if, how does it look like?

5. Let $S_n$ denote the sum of the first $n$ prime numbers:

$$S_n = 2 + 3 + 5 + \ldots + p_n$$

   Prove that between $S_n$ and $S_{n+1}$ there is always a perfect square.

Deadline: Wednesday, 9 p.m.

## Werbellinsee-Team-Competition 2011

1. Mrs. Smith, an important person, is picked up each day at the train station at exactly 5 o'clock. One day she arrived unannounced on the 4 o'clock train and began to walk home – the same way as every day by car. Eventually she met the chauffeur driving to the station to get her. The chauffeur drove her the rest of the way home, getting her there 20 minutes earlier than usual.

   On another day, Mrs. Smith arrived unexspectedly on the 4:30 train, and began walking home. Again she met the chauffeur and rode the rest of the way with him. How much ahead as usual were they this time?

   (*Assume constant speeds of walking and driving and that no time is lost in turning the car around and picking up Mrs. Smith.*)

2. Let $ABCD$ be a trapezium with $\overline{AC} = \overline{BC}$. Let $H$ be the midpoint of the base $AB$ and let $l$ be a line passing through $H$. Let $l$ meet $AD$ at $P$ and $BD$ at $Q$. Prove that the angles $ACP$ and $QCB$ are either equal or have a sum of $180°$.

3. Positive integers are written on the blackboard one after another. The next integer $a_{n+1}$ (to be written after $a_1, a_2, \ldots, a_n$) is an arbitrary integer not representable as a sum of several previous integers taken one or more times (i. e. $a_{n+1}$ is not of the form $k_1 \cdot a_1 + k_2 \cdot a_2 + \ldots + k_n \cdot a_n$ where $k_1, k_2, \ldots, k_n$ are non-negative integers). Prove that the process of writing cannot be infinite.

4. We have "bricks" made in the following way: we take a unit cube and glue to three of its faces which have a common vertex three more cubes in such a way that the faces glued together coincide. Is it possible to build from these bricks an $11 \times 12 \times 13$ box, and if, how does it look like?

5. Let $S_n$ denote the sum of the first $n$ prime numbers:

$$S_n = 2 + 3 + 5 + \ldots + p_n$$

   Prove that between $S_n$ and $S_{n+1}$ there is always a perfect square.

Deadline: Wednesday, 9 p.m.