Nemzetközi Kenguru Matematikatábor

2012. augusztus 24.— szeptember 1., Werbellinsee, Németország

BESZÁMOLÓ

Bevezető

Idén nyolcadik alkalommal került megrendezésre a Nemzetközi Kenguru Matematikatábor (8. Internationale Känguru Mathecamp) a Berlintől északra lévő Werbellinsee partján.

Ebben az évben 66 diák kapott meghívást és vett részt a tábor programjában. A magyarokon kívül németek, osztrákok, svájciak, hollandok, csehek, szlovákok és lengyelek képviseltették magukat. A meghívás az országos Kenguru-versenyek eredményei alapján történik, de a meghívási kritériumok jelentősen különböznek országonként, ennek következtében a résztvevők matematikai háttere is jelentősen eltérhet.

A tábort a berlini Humboldt Universität munkatársai szervezték, a tábor vezetője idén is Alexander Unger volt.

Szakmai programok

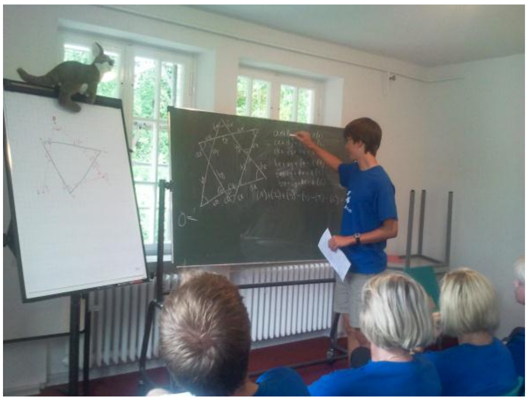
Szombattól péntekig minden nap — kedd kivételével — két 90 perces matematika program volt. A programok kétszer másfél órásak voltak, vagy egy teljes délelőttöt kitöltve, vagy két szomszédos napon követték egymást az összefüggő foglalkozások.

A diákokat négy csoportba osztották, két csoportban 16-an, a másik kettőben 17-en vettek részt ugyanazokon a foglalkozásokon. A csoportok beosztását többnyire a gyerekek maguk végzik, csak nemzeti megkötés van, vagyis rögzítve van, hogy melyik csoportban hány diák lehet egy adott nemzetből.

A szakmai program az alábbiak szerint alakult a hét során:

<table>
<tr><th></th><th>1. csoport</th><th>2. csoport</th><th>3. csoport</th><th>4. csoport</th></tr>
<tr><td>Szo</td><td>Ysette Weiss-Pydstrigach / Rainer Kaenders:
Shortest Paths</td><td>Christoph Pöppe:
Non-periodic tilings in 3D</td><td>Leon van den Broek
Stephan Berendonk:
Crossing Crosses, Facing Faces, Passing Passes</td><td>Heino Hellwig:
Phyllotaxis</td></tr>
<tr><td>V</td><td>Christoph Pöppe:
Non-periodic tilings in 3D</td><td>Ysette Weiss-Pydstrigach / Rainer Kaenders:
Shortest Paths</td><td>Heino Hellwig:
Phyllotaxis</td><td>Leon van den Broek
Stephan Berendonk:
Crossing Crosses, Facing Faces, Passing Passes</td></tr>
<tr><td>H</td><td>Leon van den Broek
Stephan Berendonk:
Crossing Crosses, Facing Faces, Passing Passes</td><td>Heino Hellwig:
Phyllotaxis</td><td colspan="2">Christoph Pöppe:
Non-periodic tilings in 3D</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Sze</td><td>Axel Schüler:
Geometric Constructions and Proofs via Motions part I</td><td>Juhász Péter:
Possible or not? part I</td><td>Martin Altmann:
Points and Lines part I</td><td rowspan="2">Ysette Weiss-Pydstrigach / Rainer Kaenders:
Shortest Paths</td></tr>
<tr><td>Martin Altmann:
Points and Lines part I</td><td>Axel Schüler:
Geometric Constructions and Proofs via Motions part I</td><td>Molnár-Sáska Gábor:
What is the probability of … ? part I</td></tr>
<tr><td rowspan="2">Cs</td><td>Axel Schüler:
Geometric Constructions and Proofs via Motions part II</td><td>Juhász Péter:
Possible or not? part II</td><td>Martin Altmann:
Points and Lines part II</td><td>Molnár-Sáska Gábor:
What is the probability of … ? part I</td></tr>
<tr><td>Juhász Péter:
Possible or not? part I</td><td>Axel Schüler:
Geometric Constructions and Proofs via Motions part II</td><td>Molnár-Sáska Gábor:
What is the probability of … ? part II</td><td>Martin Altmann:
Points and Lines part I</td></tr>
<tr><td rowspan="2">P</td><td>Martin Altmann:
Points and Lines part II</td><td rowspan="2">Leon van den Broek
Stephan Berendonk:
Crossing Crosses, Facing Faces, Passing Passes</td><td rowspan="2">Ysette Weiss-Pydstrigach / Rainer Kaenders:
Shortest Paths</td><td>Molnár-Sáska Gábor:
What is the probability of … ? part II</td></tr>
<tr><td>Juhász Péter:
Possible or not? part II</td><td>Martin Altmann:
Points and Lines part II</td></tr>
</table>

A szakmai program részének tekinthető a Speed Cangaroo Competition és a Werbellinsee-Team-Competition. Az előbbi szombat este került megrendezésre, míg az utóbbi verseny feladatait szombat reggel kapták meg a csapatok és szerda este volt a beadási határidő. (A dokumentum végén mindkét verseny feladatai megtalálhatók.)



A Speed Competition végén egy-egy első és második helyezett csapat volt, míg a harmadik helyen négyes holtverseny alakult ki. A második helyezett és mind a négy harmadik helyezett csapatnak volt magyar tagja.

A Werbellinsee-Team-Competition idén kicsit könnyebbre sikerült a korábbi évekhez képest. A magyar csapat minden feladatra a maximális 7 pontot kapta, de ugyanez igaz volt a holland, az osztrák és a német csapatra is, így négyes holtverseny alakult ki az élen. A sorrend a következő volt:

1. Magyarország, Hollandia, Ausztria, Németország (35 pont)
5. Csehország (31 pont)
6. Szlovákia (25 pont)
7. Lengyelország (22 pont)
8. Svájc (15 pont)

A feladatok megoldásait ismertetni is kellett. A magyar csapatnak a legnehezebbnek bizonyuló negyedik feladat jutott. Fehér Zsombor szellemes megoldását Di Giovanni Márk adta elő a többieknek.

Szabadidős programok

Augusztus 24-én, pénteken érkeztünk meg a táborba. Budapestről Berlinbe repülővel, onnan Eberswalde-be vonattal, legvégül pedig taxival utaztunk.

Délutánonként többnyire matematikától független szabadidős tevékenységek végzésére nyílt lehetőség.

Szombat délután elkezdődtek a sportversenyek (labdarúgás, röplabda), de a magyar csapatok még nem játszottak, mert közösen biciklizni mentünk. Megkerültük a Werbellinsee-t és az attól északra lévő Grimnitzsee-t. Több mint 70 kilométert tekert a társaság. Este került megrendezésre a Speed Kangaroo Competition. Ebben a versenyben véletlenszerűen sorsolják össze a csapatokat, minden csapat 4 vagy 5 főből áll, és egy nemzetből legfeljebb egy diák lehet a csapat tagja. A verseny során 30 kérdést kapnak a csapatok, de egyszerre mindig csak egyet látnak. Két kísérletük van a jó válasz megtalálására. Ha jól válaszolnak, vagy másodszor is rosszul tippelnek, akkor kapják a következő feladatot. (Egyszer tehát büntetlenül lehet tévedni.) A verseny 2,5n perccel azután ér véget, amikor az első csapat mind a 30 kérdéssel végzett, és n kérdésre adtak rossz választ. A magyarok jól szerepeltek a versenyen, a 16 csapatból a második és a négy holtversenyben harmadik csapat közül mindnek volt magyar tagja. (A győztes csapat idén is mind a 30 kérdést hibátlanul oldotta meg.)

Vasárnap délután a teljes tábor meglátogatta a Niederfinow-ban található „hajóliftet" (Schiffshebewerk), ami egy 36 méteres szintkülönbséget hidal át a hajók számára a Havelt és az Oderát összekötő csatornán, és egy építészeti kuriózum az 1930-as évek elejéről. Este megkezdődtek a Fable Fennis (tulajdonképpen asztalitenisz) bajnokság küzdelmei. Két magyar páros nevezett be, mindkét páros jól kezdte a csoportmérkőzéseket, hiszen 4 meccset nyertek és egyet vesztettek összesen.

Hétfő délután intenzíven zajlottak a sportversenyek. Röplabdában 3 szoros mérkőzésen győzelem nélkül maradt a magyar csapat, így elbúcsúzott a további küzdelmektől. A labdarúgásban ezt kompenzáltuk, hiszen az első mérkőzésen 8-2-re győztünk Németország, a másodikon 4-0-ra Szlovákia ellen. Majd egy 1-1-es döntetlen Csehország ellen azt jelentette, hogy a magyar csapat nyerte a tornát. Vacsora után folytatódtak a Fable Fennis küzdelmek. Mindkét magyar páros megnyerte a csoportját (két hatos csoportban zajlottak a mérkőzések.)

Kedden egésznapos kirándulást tettünk Berlinben. Először a tábor összes lakója meglátogatta a Bundestag (egykori Reichstag) épületét, illetve a tetején lévő kupolát. Angol, illetve német idegenvezetéssel sok információhoz jutottunk a német törvénykezésről, az épületről és Berlin egyéb nevezetességeiről. Ezután szabad program következett. A magyarok közösen városnézésbe kezdtek. Először elsétáltunk az Unter den Lindenen és a Museuminseln-en keresztül az Alexanderplatz-ra. Közben elhaladtunk a Brandenburgi kapu alatt, az Opera és a Humboldt egyetem mellett. Az Alexanderplatz-ról U-Bahnnal mentünk a Max Planck Science Gallery-hez, ahol egy kis helyen viszonylag sok érdekes természettudományos dologról lehet tudomást szerezni. Innen gyalog mentünk a Checkpoint Charlie-hoz, majd pedig busszal Nyugat-Berlinbe. Vissza a Tiergartenen keresztül buszoztunk, és a városnézés a Holocaust emlékhelynél ért véget.

Este folytatódtak a pingpong-verseny eseményei. Mindkét magyar páros állva maradt, hiszen megnyerték a negyeddöntőben a meccseiket.

Szerda délután ismét sportesemények uralták a szabadidőt. A magyar csapat kevésbé volt érintett, mivel a röplabdatornán kiestünk a csoportmérkőzések során, a frizbiversenybe pedig be sem nevetünk. A pingpong-versenyben viszont mindkét párosunk érintett volt, különböző ágon játszottak az elődöntőben. Mindketten nyertek, így végül a magyar párosok végeztek az első és a második helyen is.

Szerda este volt a Werbellinsee-Team-Competition feladatainak leadási határideje. Ezt az 5 feladatot szombat reggel kapták meg a csapatok, attól kezdve gondolkodhattak rajtuk. A feladatok angol nyelven voltak kitűzve és a megoldásokat is angolul kellett beadni. A magyar csapat minden feladatra adott be megoldást, az eredményeket azonban csak pénteken tudtuk meg.

Csütörtök délután a kb. 40 km-re lévő Templin városába utaztunk. Először egy termálfürdőt látogattunk meg, ahol 2 órán keresztül élvezhettük a fürdőhely szolgáltatásait. Majd pedig a középkori városközpontot kerestük fel, aminek fala épségben fennmaradt a 14. századból. Idő hiányában itt rendkívül kevés időt töltöttünk, lényegében csak keresztül rohantunk a városkán.

Pénteken délutánra már nem maradt túl sok minden. A délután első részében szabad program volt. Ezt követően 5 órától került sor a Team Competition feladatok megoldásainak ismertetésére, melyen mindenkinek kötelező volt a részvétel.

A vacsorát követően a záróünnepség következett. Ennek első részében minden nemzet egy zenés produkcióval szórakoztatta a többieket. Ezután kiderült a Team Competition végeredménye, illetve megkapták jól megérdemelt díjaikat a sport- és egyéb versenyek helyezettjei, illetve győztesei.

Idén 19 résztvevővel, svájci rendszerben, hat fordulóval zajlott a sakktorna. Minden este volt egy forduló az utolsó este kivételével. A torna kimenetele az utolsó pillanatig nyitott volt. Három magyar résztvevő indult, mindhárman nagyszerűen szerepeltek az egész torna során. Az első két helyen magyar induló végzett.

Résztvevők

A magyar küldöttség 11 tagú volt, nyolc diák és három kísérő képviselte az országot a táborban. A kísérő tanárok ketten voltak, mindketten részt vettek a szakmai programban, 4-4 darab 90 perces órát tartottak a táborban a felfedeztető matematika-tanítás elveit szem előtt tartva.

Diákok

Di Giovanni Márk, Győr (4. csoport)
Fehér Zsombor, Budapest (3. csoport)
Fonyó Viktória, Keszthely (4. csoport)
Kántor Tamás, Debrecen (1. csoport)
Kiss Tibor, Békés (3. csoport)
Leipold Péter, Budapest (3. csoport)
Matkovics Gábor, Gibárt (2. csoport)
Szilágyi András, Nagykanizsa (1. csoport)

Kísérők

Molnár-Sáska Gábor, Budapest
Molnár-Sáska Zoltán, Budapest
Juhász Péter, Budapest

Werbellinsee Team-Competition 2012

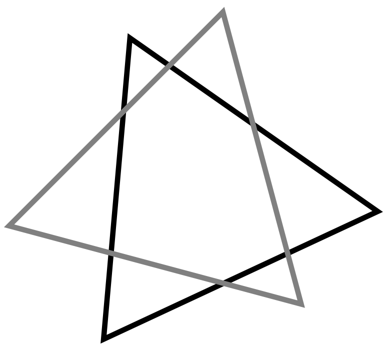
1. Consider a standard 8×8 chessboard consisting of 64 small squares coloured in the usual pattern, so 32 are black and 32 are white. A zig-zag path across the board is a collection of eight white squares, one in each row, which meet at their corners. How many zig-zag paths are there?

2. Each of Paul and Jenny has a whole number of euros.
   He says to her: 'If you give me €3, I will have n times as much as you'.
   She says to him: 'If you give me €n, I will have 3 times as much as you'.
   Given that all these statements are true and that n is a positive integer, what are the possible values for n?

3. Let a, b, c be positive real numbers. Prove that

$$\left(\frac{a}{b}+\frac{b}{c}+\frac{c}{a}\right)^2 \geq (a+b+c)\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{c}\right).$$

4. Two equal equilateral triangles, one with red sides and one with blue sides, overlap so that their sides intersect at six points, forming a hexagon. Prove



   (a) the sum of the squares of the lengths of the red sides of the hexagon is equal to the sum of the squares of the lengths of the blue sides of the hexagon;
   (b) the sum of the lengths of the red sides of the hexagon is equal to the sum of the lengths of the blue sides of the hexagon.

5. Prove that, for every positive integer n which ends in the digit 5,

$$20^n + 15^n + 8^n + 6^n$$

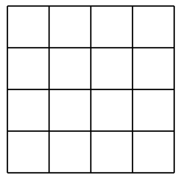
is divisible by 1991.

Deadline: Wednesday, 21:00 o'clock

1. How many pairs of numbers (a, b) exist such that the sum $a + b$, the produkt ab and the quotient $\dfrac{a}{b}$ of these two numbers are all equal?

(**A**) 0 (**B**) 1 (**C**) 3 (**D**) 4 (**E**) 8

2. Sixteen squares with equal side lengths are arranged to form a square array as shown in the diagram. What is the maximum number of diagonals that can be drawn in these squares so that no two diagonals share a common point (including endpoints)?



(**A**) 10 (**B**) 8 (**C**) 12 (**D**) 9 (**E**) 11

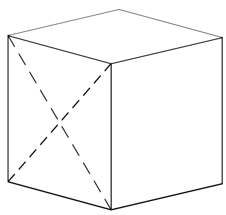
3. An international organisation has 32 members. Every year the number of members increases by 50 %. How many members will it have three years from now?

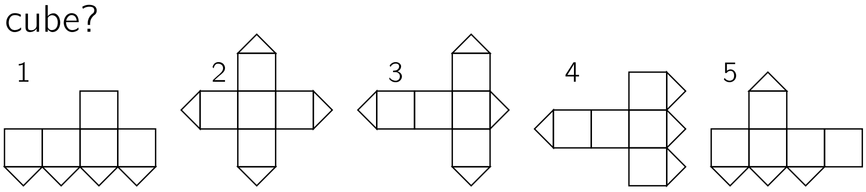
(**A**) 182 (**B**) 128 (**C**) 108 (**D**) 96 (**E**) 80

4. In the village of Snippy, no two people have the same number of hairs and nobody has exactly 2007 hairs. Barbara has the greatest number of hairs in the village and this number is less than the number of villagers. What is the largest possible number of villegers that there could be in Snippy?

(**A**) 2 (**B**) 2006 (**C**) 2007
(**D**) 2008 (**E**) It is impossible to determine.

5. One face of a cardboard cube is cut along its diagonals, as shown. Which of the following are **not** nets for this cube?



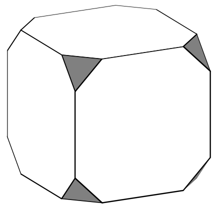


(**A**) 1 and 3 (**B**) 1 and 5 (**C**) 3 and 4 (**D**) 2 and 4 (**E**) 3 and 5

6. Each face of a cube is painted with a different colour from a selection of six colours. How many different cubes can be made in this way?

(**A**) 24 (**B**) 30 (**C**) 36 (**D**) 42 (**E**) 48

7. A shape is made by cutting all the corners off a cube, as shown in the diagram. How many edges does the shape have?



(**A**) 24 (**B**) 30 (**C**) 36 (**D**) 42 (**E**) 48

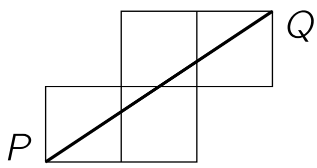
8. Simon once asked Aunt Bessie how old she was. Aunt Bessie replied: 'If I live to be exactly one hundred, then my age now is four thirds of half of my remaining time'. How old was Aunt Bessie at the time?

(**A**) 20 (**B**) 40 (**C**) 50 (**D**) 60 (**E**) 80

9. A safe contains some necklaces (at least two) and nothing else. The necklaces each have the same number of diamonds, and they all have at least two diamonds. The total number of diamonds is between 200 and 300. If you knew the total number of diamonds in the safe, then you would also know for certain the number of necklaces. How many necklaces are there in the safe?

(**A**) 16 (**B**) 17 (**C**) 19 (**D**) 25 (**E**) 28

10. Four squares are placed edge to edge as shown. Each square has side length 1. What is the length of the line PQ?



(**A**) $\sqrt{13}$ (**B**) 5 (**C**) $\sqrt{5}+\sqrt{2}$
(**D**) $\sqrt{5}$ (**E**) 13

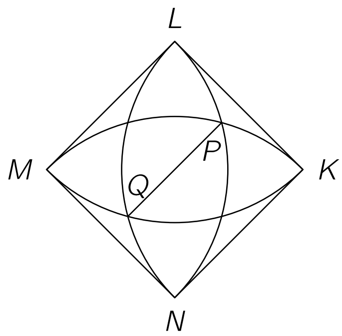
11. A magical island is inhabited by knights (who always tell the truth) and liars (who always lie). One day twelve islanders (including both knights and liars) gathered together and issued three statements. Two people said, 'There are exactly two liars among us'. Four other people said, 'There are exactly four liars among us'. The remaining six people said, 'There are exactly six liars among us'. How many liars were there?

(**A**) 2 (**B**) 4 (**C**) 6 (**D**) 8 (**E**) 10

12. Gar the Magician wrote each of the numbers from 1 to 7, one on each of seven cards and placed them in his hat. He offered the hat to two other magicians, Kan and Roo. Kan took, at random, 3 cards from the hat and Roo took 2 cards (so that there were 2 cards left in the hat). Kan told Roo: 'I can deduce that the sum of the numbers on your cards is even'. Roo answered: 'Now I can tell the sum of your numbers'. What was the sum of the numbers on Kan's cards?

(**A**) 6 (**B**) 9 (**C**) 10 (**D**) 12 (**E**) 15

13. In the diagram, $KLMN$ is a square with side length 1. Arcs of radius one unit are drawn using each of the four corners of the square as centers. The arcs centered at K and L intersect at Q; the arcs centered at M and N intersect at P. What is the length of PQ?



(**A**) $2-\sqrt{2}$ (**B**) $\frac{3}{4}$ (**C**) $\sqrt{5}-\sqrt{2}$

(**D**) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ (**E**) $\sqrt{3}-1$

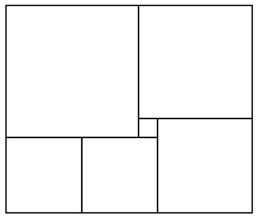
14. Let N be the smallest integer such that $10 \times N$ is a perfect square and $6 \times N$ is a perfect cube. How many positive factors does N have?

(**A**) 30 (**B**) 40 (**C**) 54 (**D**) 72 (**E**) 96

15. Five positive numbers v, w, x, y and z are such that $vw = 2$, $wx = 3$, $xy = 4$, $yz = 5$. What is the value of z/v?

(**A**) 15/8 (**B**) 5/6 (**C**) 3/2
(**D**) 4/5 (**E**) impossible to determine

16. The rectangle shown is divided into six squares. The length of the sides of the smallest square is 1. What is the length of the sides of the largest square?



(**A**) 4 (**B**) 5 (**C**) 6 (**D**) 7 (**E**) 8

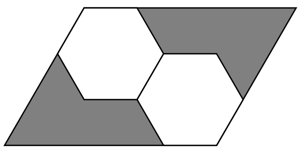
17. In a box there are three red cards, three green cards, three yellow cards and three blue cards. For each colour, the three cards are numbered 1, 2 and 3. If you select three cards from the box at random, which of the following is most likely?

(**A**) The three cards are the same color.
(**B**) The three cards are numbered 1, 2, 3 irrespective of colour.
(**C**) The three cards are different colours.
(**D**) The three cards have the same number.
(**E**) None, the events A-D are equally likely.

18. What is the smallest number of letters that need to be removed from the word DISCOVER so that the remaining letters are in alphabetical order?

(**A**) 5 (**B**) 4 (**C**) 3 (**D**) 2 (**E**) 1

19. A parallelogram contains two identical regular hexagons. The hexagons share a common side, and each has two sides touching the sides of the parallelogram. What fraction of the parallelogram's area is shaded?

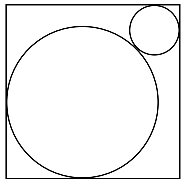


(**A**) $\frac{2}{3}$ (**B**) $\frac{1}{2}$ (**C**) $\frac{1}{3}$ (**D**) $\frac{1}{4}$ (**E**) $\frac{3}{5}$

20. Dominique wrote down the 1000-digit number 20082008 . . . 2008. She erased some digits and was surprised to find that the remaining digits added up to 2008. What is the largest number of digits that she could have erased?

(**A**) 246 (**B**) 251 (**C**) 500 (**D**) 746 (**E**) 749

21. Two circles have their centers on the same diagonal of a square. They touch each other and the sides of the square as shown. The square has sidelength 1 cm. What is the sum of the radii of the circles in centimeters?



(**A**) $2-\sqrt{2}$ (**B**) $\frac{1}{2}$ (**C**) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(**D**) $\sqrt{2}-1$ (**E**) It depends on the relative sizes of the circles.

22. Beth has divided her 2007 marbels into three bags A, B, C in such a way that each bag contains exactly the same number of marbels. Beth then moves two-thirds of the marbels in bag A to bag C. What is the new ratio of marbels in bag A to bag C?

(**A**) 3:2 (**B**) 2:3 (**C**) 1:2 (**D**) 1:3 (**E**) 1:5

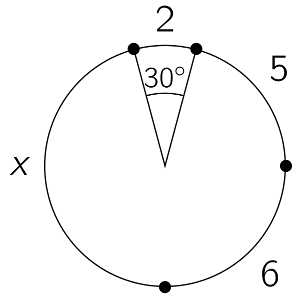
23. Suppose the final result of a football match is $5-4$ to the home team. The home team scored first and kept the lead until the end. In how many different orders could the goals have been scored?

(**A**) 17 (**B**) 13 (**C**) 20 (**D**) 14 (**E**) 9

24. Two schools play against each other in a table tennis tournament. Each school is represented by five students. Every game is a doubles game, and every possible pair from the first school must play against every possible pair from the second school. How many games will each student play?

(**A**) 10 (**B**) 20 (**C**) 30 (**D**) 40 (**E**) 50

25. The circle shown in the diagram is divided into four arcs of length 2, 5, 6 and x units. The sector with arc length 2 has an angle of 30° at the centre. Determine the value of x.



(**A**) 7 (**B**) 8 (**C**) 9 (**D**) 10 (**E**) 11

26. Peter says that 25 % of his books are novels, and 1/9 of them are poetry books. Given that Peter has between 50 and 100 books, how many books does he have?

(**A**) 72 (**B**) 93 (**C**) 50 (**D**) 64 (**E**) 56

27. A wooden cube has three of its faces painted red and the other three of its faces painted blue. It is then cut into 27 identical smaller cubes. How many of these new cubes have at least one red face and also at least one blue face?

(**A**) 6 (**B**) 12 (**C**) 14
(**D**) 16 (**E**) It depends on which faces of the big cube are red and which are blue.

28. The number 257 has 3 distinct digits and creates the bigger number 752 when its digits are reversed. How many 3-digit integers have both of these properties?

(**A**) 124 (**B**) 252 (**C**) 280 (**D**) 288 (**E**) 360

29. Each letter in the sum shown represents a different digit and the digit for A is odd. What digit does G represent?

$$\begin{array}{cccc} & \mathrm{K} & \mathrm{A} & \mathrm{N} \\ + & \mathrm{K} & \mathrm{A} & \mathrm{G} \\ + & \mathrm{K} & \mathrm{N} & \mathrm{G} \\ \hline 2 & 0 & 0 & 6 \end{array}$$

(**A**) 1 (**B**) 3 (**C**) 5 (**D**) 8 (**E**) 9

30. At a party, five girls give each other gifts in such a way that everybody gives one gift and everybodey receives one (though of course nobody receives her own gift). How many possible ways are there for this to happen?

(**A**) 5 (**B**) 10 (**C**) 44 (**D**) 50 (**E**) 120