

II. Növeljük számainkat egy célszámig!

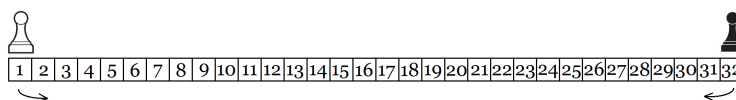
Az I/ 9. játék megoldását könnyebben átláttuk, ha nem az eredeti kavicsszámot csökkentettük, hanem kis számról indulva fokozatosan növeltük a számainkat. Ez matematikailag általában nem jelent lényeges változást, de célszerű külön típusnak tekinteni azokat a játékokat, amelyekben egy kiindulási számot bizonyos szabályok szerint növelhetünk, és az nyer, aki egy megadott célszámot elér.

*Ilyen jellegű játékokat biztosan több száz éve játszanak. Az első olyan könyv, amely teljes egészében játékos matematikával foglalkozik, több mint 400 éve jelent meg. Bâchet de Meziriac francia szerző 1612-ben megjelent „Problèmes plaisants et délectables qui se font par les nombres” (Számokra vonatkozó tetszetős és élvezetes feladatok) című könyvéből való a következő, **Bâchet játéka** néven ismert feladat.*

- 1. játék:** Ketten megállapodnak a következőben. Felváltva mondanak egy-egy pozitív egész számot. Kezdő legfeljebb 10-et mondhat, ezután a soron következő mindig olyan számmal folytathatja, amely az előzőnél legalább 1-gyel, legfeljebb 10-zel nagyobb. Az a játékos nyer, aki a 100-at eléri. Nyerhet-e Kezdő játékos?
- 2. játék:**
- (a)** *(Fejben huszonegyezés)* Ketten felváltva mondanak egész számokat. Kezdő az 1, 2 vagy 3 számokat mondhatja, és a soron következő szintén legalább 1-gyel, legfeljebb 3-mal nagyobbat mondhat az előzőleg elért számnál. Az nyer, aki a 21-et kimondja. Ki tud nyerni, Kezdő vagy Második?
- (b)** Módosítsuk a feltételeket! A megengedett lépésszám most is legyen 1, 2 vagy 3, de most az nyer, aki a 27-et kimondja. Ki tud nyerni, Kezdő vagy Második?
- (c)** A megengedett lépésszám most is legyen 1, 2 vagy 3, és mondjunk olyan célszámokat, amelyeket Második tud elérni!
- (d)** Legyen most a megengedett lépésszám 1, 2, 3, 4 vagy 5, és most is az nyer, aki a 27-et kimondja. Ki tud nyerni, Kezdő vagy Második?
- (e)** Az 1, 2, 3, 4 vagy 5 megengedett lépésszámnál milyen célszámok esetén tud Kezdő, és milyeneknél Második nyerni?

(f*) Ketten felváltva mondanak egész számokat. A kezdő az 1, 2, 3, ..., k számokat mondhatja, és a soron következő szintén legalább 1-gyel, legfeljebb k -val nagyobbat mondhat az előzőleg elért számnál. Az nyer, aki egy adott m számot elér. Különböző k és m értékeknél ki tud nyerni, a Kezdő vagy a Második?

- 3. játék:** 32 mezőből álló sor két szélső mezőjéről ketten vezetnek egymással szemben egy-egy bábút, úgy hogy egyszerre legalább 1-et, legfeljebb 4-et lehet lépni. Az a játékos nyer, aki a másik bábu melletti mezőre tud lépni. Ki nyerhet?



- 4. játék:** Ketten felváltva mondanak egész számokat. Az első olyan n számot mondhat, amelyre $2 \leq n \leq 9$. A második ezt megszorozhatja egy szintén 2 és 9 közé eső számmal, majd a szorzatot újra az első szorozhatja egy 2 és 9 közé eső számmal, és így tovább. Az a játékos nyer, aki eléri, hogy a szorzat **(a)** 1000-nél, **(b)** 10 000-nél, **(c)** 60 000-nél nagyobb lesz. Ki tud nyerni, Kezdő vagy Második?

- 5. játék:** **(a)** Ketten felváltva mondanak egész számokat. Az első 1-gyel kezd, Második ezt megnövelheti 1-gyel (tehát ebben a lépésben csak 2-t mondhat), és így tovább: a következő játékos mindig legalább 1-gyel, de legfeljebb az előzőleg elért számmal növelheti az eddig elért számot. Az nyer, aki a 100-at eléri. Ki tud nyerni, Kezdő vagy Második? Milyen számokat kell sorban mondani annak, aki nyerni tud?

(b*) Ketten felváltva mondanak egész számokat. Az első 1-gyel kezd, a második ezt megnövelheti 1-gyel (tehát ebben a lépésben csak 2-t mondhat), és így tovább: a következő játékos mindig legalább 1-gyel, de legfeljebb az előzőleg elért számmal növelheti az eddig elért számot. Az a játékos nyer, aki egy adott m számot elér. Vizsgáljuk meg, hogy különböző m értékeknél ki tud nyerni, a Kezdő vagy a Második?