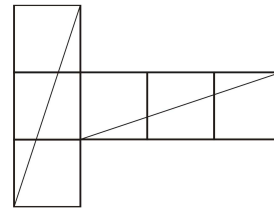


3. Be lehet-e fedni egyrétűen egy kocka alakú dobozt három, háromszög alakú papírral, ha azokat csak hajtogatni szabad? (Tépní, vágni, gyúrni nem.) Mi a helyzet négy papír esetén?

Megoldás:

Négy papír esetén a feladat megoldható, a megoldást a kocka hálóján mutatjuk be:

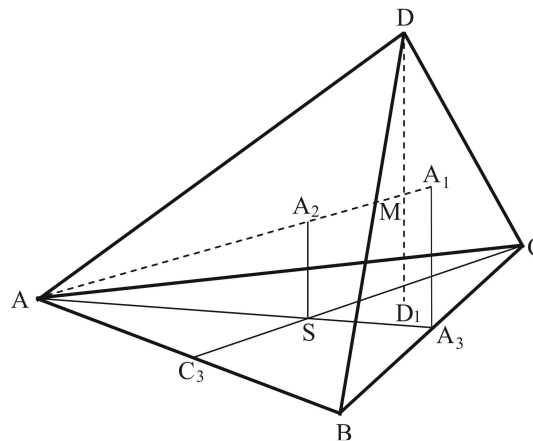


Három papír esetén a lefedés a mondott feltételek mellett nem lehetséges. A kocka csúcsánál $3 \cdot 90^\circ = 270^\circ$ -os szög keletkezik a lapok azonos síkba terítésénél, így a csúcs háromszöglap belső pontja nem lehet. Ez azt jelenti, hogy csak kerületi pontként léphet fel. A síkba terítésnél legalább két darab téglalap keletkezik, egy téglalap lefedéséhez viszont a mondottak miatt legalább két háromszöglap kell, így legalább négy háromszöglapra van szükség.

4. Tekintsünk egy olyan tetraédert, melynek magasságai egy pontban metszik egymást. Mutassuk meg, hogy a magasságszakaszokat a tetraéder csúcspontjaitól számítva 2:1 arányban osztó pontok, valamint a tetraéder magasságpontja egy gömbön vannak.

Megoldás:

Használjuk az ábra jelöléseit. Legyen S az ABC háromszög súlypontja és M a tetraéder magasságpontja. A_1 jelöli az A -hoz tartozó magasság talpontját és A_2 az AA_1 szakaszt A -tól számítva 2:1 arányban osztó pontot, A_3 pedig a BC él felezési pontja. Hasonlóan van értelmezve a többi indexezett betű is. A párhuzamos szelők tételének megfordítása miatt világos, hogy akkor SA_2 szakasz párhuzamos A_3A_1 szakasszal. Mivel



$$AA_1A_3 \angle = 90^\circ \Rightarrow SA_2M \angle = 90^\circ,$$